

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Західноукраїнський національний університет
Факультет комп'ютерних інформаційних технологій

Затверджую

Декан
факультету комп'ютерних
інформаційних технологій

Ігор ЯКИМЕНКО

29.08.2025 р.



Затверджую

Проректор
з науково-педагогічної роботи

Віктор ОСТРОВЕРХОВ

08.2025 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА
з дисципліни
„Вища математика”

Ступінь вищої освіти – бакалавр

Галузь знань – F „Інформаційні технології”

Спеціальність – F5 „Кібербезпека та захист інформації”

Освітньо-професійна програма – „Кібербезпека”

Кафедра економічної кібернетики та інформатики

Форма навчання/ факультет	Курс	Семестр	Лекції (год)	Практичні заняття (год)	ІРС (год)	Тренінг (год)	СРС	Разом	Залік (сем)	Екзамен (сем)
Денна	1	1, 2	60	60	7	16	127	270	–	1, 2

29.08.2025

Тернопіль – 2025

Робоча програма складена на основі освітньо-професійної програми підготовки бакалавра галузі знань F „Інформаційні технології” спеціальності F5 „Кібербезпека та захист інформації”, затвердженої Вченою Радою ЗУНУ, протокол № 8 від 26.06.2025 р.

Робочу програму склали:

д.ф.-м.н., професор кафедри ЕКІ

Дмитро БОДНАР

к.ф.-м.н., доцент кафедри ЕКІ

Ольга ВОЗНЯК

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри економічної кібернетики та інформатики, протокол № 1 від 26.08. 2025 р.

Завідувач кафедри
д.е.н., професор

Леся БУЯК

Гарант ОП
д.т.н., професор

Михайло КАСЯНЧУК

СТРУКТУРА РОБОЧОЇ ПРОГРАМИ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

„ВИЩА МАТЕМАТИКА”

1. Опис дисципліни „Вища математика”

Дисципліна – Вища математика	Галузь знань, спеціальність, ступінь вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів ECTS: 9	Галузь знань F „Інформаційні технології”	Статус дисципліни блок обов’язкових дисциплін, цикл загальної підготовки Мова навчання Українська
Кількість залікових модулів – 10	Спеціальність F5 „Кібербезпека та захист інформації”	Рік підготовки: <i>Денна – 1</i> Семестр: <i>Денна – 1, 2</i>
Кількість змістових модулів – 4	Ступінь вищої освіти – бакалавр	Лекції: <i>Денна – 60 год.</i> Практичні заняття: <i>Денна – 60 год.</i>
Загальна кількість годин: Денна форма навчання – 270		Самостійна робота: <i>Денна – 127 год.</i> <i>Тренінг – 16 год.</i> Індивідуальна робота – 7 год.
Тижневих годин: Денна форма навчання 1 семестр – 10 год., 2 семестр – 8 год., з них аудиторних – 4 год.		Вид підсумкового контролю – екзамен

2. Мета і завдання дисципліни „Вища математика”

2.1. Мета вивчення дисципліни.

Мета викладання дисципліни полягає у розвитку логічного і алгоритмічного мислення, в одержанні студентами теоретичних знань і практичних навиків з оволодіння та використання основними методами дослідження і розв’язування математичних задач, а також у формуванні базової математичної підготовки для відповідних спеціальних дисциплін.

Програма та тематичний план направлені на глибоке та ґрунтовне вивчення основ вищої математики. Ця дисципліна відноситься до загальноосвітніх фундаментальних дисциплін, які формують світогляд майбутніх фахівців з інформаційних та комп’ютерно-інтегрованих технологій.

Вивчення курсу передбачає наявність систематичних знань, цілеспрямованої роботи над вивченням математичної літератури, активної роботи на лекціях і практичних заняттях, самостійної роботи та виконання індивідуальних завдань.

2.2. Завдання вивчення дисципліни.

Головним завданням дисципліни „Вища математика” є вивчення загальних закономірностей та зв’язку між різними величинами і їх застосування в конкретних дослідженнях.

В результаті вивчення курсу „Вища математика” студенти повинні знати:

– основні поняття і означення теорії матриць і визначників; основні методи розв’язування систем лінійних рівнянь; методи знаходження власних чисел і власних векторів лінійних операторів; різні види рівнянь прямої на площині, площини та прямої в просторі, ліній та поверхонь другого порядку;

– поняття границі числової послідовності та функції, поняття похідних і диференціалів функцій однієї змінної; схему повного дослідження функції; поняття частинних похідних і повних диференціалів функцій багатьох змінних.

Мета проведення лекцій полягає у тому, щоб ознайомити студентів із основними питаннями курсу „Вища математика”.

Завдання проведення лекцій полягає у:

– викладенні студентам у відповідності з програмою та робочим планом основних питань курсу „Вища математика”;

– сформуванні у студентів цілісної системи теоретичних знань з курсу „Вища математика”.

Основним завданням проведення практичних занять є глибоке засвоєння та закріплення теоретичних знань, отриманих на лекціях. Проведення практичних занять передбачає вироблення у студентів навиків розв’язування задач, з подальшим використанням набутих знань.

2.3. Найменування та опис компетентностей, формування котрих забезпечує вивчення дисципліни „Вища математика”:

- (ЗК2) знання та розуміння предметної області і розуміння професійної діяльності;
- (ЗК5) здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями;
- (СК2) здатність використовувати інформаційні технології, сучасні методи і моделі кібербезпеки та системи захисту інформації.

Зміст вміння, що забезпечується вищеописаними компетентностями, – освоєння суті та вироблення навиків використання основних методів вищої математики.

2.4. Передумови для вивчення дисципліни „Вища математика”.

Базові знання та вміння із алгебри та початків аналізу, геометрії.

2.5. Програмні результати навчання.

В результаті вивчення дисципліни „Вища математика” студент повинен:

– (ПРН4) організовувати власну професійну діяльність, обирати й використовувати оптимальні методи та способи розв’язання складних спеціалізованих задач і практичних проблем у професійній діяльності, оцінювати їхню ефективність;

– (ПРН5) аналізувати, аргументувати, приймати рішення при розв’язанні складних спеціалізованих задач і практичних завдань у професійній діяльності, які характеризуються комплексністю та неповною визначеністю умов, відповідати за прийняті рішення;

– (ПРН7) застосовувати й адаптувати теорії інформації та кодування, математичної статистики, чисел, криптографії та стеганографії, оброблення і передачі сигналів тощо, принципи, методи, поняття кібербезпеки та захисту інформації у навчанні та професійній діяльності.

– (ПРН8) застосовувати знання й розуміння математики та фізики в професійній діяльності, формалізувати задачі предметної галузі кібербезпеки та захисту інформації, формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення.

– (ПРН10) Використовувати сучасні інформаційні технології, методи і моделі кібербезпеки та систем захисту інформації для здійснення професійної діяльності..

3. Програма дисципліни „Вища математика”

Змістовий модуль 1. Лінійна та векторна алгебра.

Тема 1. Матриці та дії над ними.

Поняття про матрицю. Види матриць. Операції над матрицями та їх властивості. Обернена матриця та її знаходження. Ранг матриці та його знаходження.

Тема 2. Елементи теорії визначників.

Визначники другого і третього порядків та їх властивості. Мінори та алгебраїчні доповнення. Розклад визначника за елементами рядка або стовпця. Поняття про визначники вищих порядків. Методи обчислення визначників.

Тема 3. Системи лінійних рівнянь.

Загальний вигляд системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Основні означення. Розв'язування систем лінійних рівнянь за формулами Крамера. Матричний запис системи лінійних рівнянь. Розв'язування матричних рівнянь і лінійних систем за допомогою оберненої матриці. Елементарні перетворення. Критерій сумісності системи лінійних рівнянь. Теорема Кронекера-Капеллі. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гаусса. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Жордана. Структура загального розв'язку однорідної системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь.

Тема 4. Вектори і лінійні дії з ними. Системи координат. Вектори в системі координат. Лінійна залежність векторів. Поділ відрізка у даному відношенні.

Скалярні і векторні величини. Лінійні дії з векторами. Розклад вектора за базисом. Проекція вектора на вісь та її властивості. Прямокутна декартова система координат на площині та у просторі. Перетворення прямокутної системи координат на площині. Полярна система координат. Циліндрична та сферична системи координат. Лінійна залежність векторів на площині і в просторі. Базис на площині і в просторі. Вектори в системі координат. Координати, довжина і напрямні косинуси вектора. Лінійні операції над векторами у координатній формі. Рівність і колінеарність векторів. Поділ відрізка у даному відношенні.

Тема 5. Скалярний добуток векторів. Векторні простори. Векторний та мішаний добуток векторів.

Скалярний добуток двох векторів, його властивості та геометричний зміст. Вираження скалярного добутку через координати векторів. Косинус кута між двома векторами. Векторний добуток двох векторів, його властивості та геометричний зміст. Координатне вираження векторного добутку. Умова колінеарності двох векторів. Мішаний добуток векторів, його властивості та геометричний зміст. Координатне вираження мішаного добутку. Умова компланарності трьох векторів.

Тема 6. Багатовимірні простори, лінійні оператори, квадратичні форми.

n -вимірний векторний простір. Евклідов простір. Вимірність і базис векторного простору. Зв'язок між базисами. Лінійні оператори та їх матриці. Власні числа та власні вектори лінійних операторів, їх властивості. Знаходження власних чисел та власних векторів лінійних операторів. Матриця оператора в базисі з власних векторів. Квадратичні форми та їх матриця. Перетворення матриці квадратичної форми при переході до нового базису. Зведення квадратичної форми до канонічного виду.

Змістовий модуль 2. Аналітична геометрія.

Тема 7. Пряма лінія на площині.

Поняття про лінії на площині та їхні рівняння. Різні види рівнянь прямої на площині. Загальне рівняння прямої та його дослідження. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності двох прямих. Відстань від точки до прямої.

Тема 8. Лінії другого порядку.

Поняття лінії другого порядку та її рівняння. Еліпс та його рівняння. Гіпербола та її рівняння. Парабола та її рівняння. Полярне рівняння еліпса, гіперболи та параболи. Дослідження рівнянь другого порядку.

Тема 9. Площина та пряма в просторі.

Поняття про поверхні і лінії в просторі та їхні рівняння. Загальне рівняння площини та його дослідження. Рівняння площини, що проходить через три точки. Кут між двома площинами. Умови паралельності та перпендикулярності двох площин. Перетин трьох площин. Відстань від точки до площини. Різні види рівнянь прямої в просторі. Загальне

рівняння прямої. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності двох прямих. Кут між прямою та площиною. Умови паралельності та перпендикулярності прямої та площини.

Тема 10. Поверхні другого порядку.

Поняття про поверхні другого порядку. Циліндричні поверхні. Конічні поверхні. Деякі поверхні другого порядку: еліпсоїд, однопорожнинний гіперболоїд, двопорожнинний гіперболоїд, еліптичний параболоїд. Дослідження рівнянь поверхонь другого порядку.

Змістовий модуль 3. Комплексні числа. Елементарні функції.

Границі послідовності та функції. Неперервність.

Тема 11. Дійсні числа. Елементарні функції.

Дійсні числа. Модуль дійсного числа. Функції однієї змінної. Способи завдання функцій. Парні, непарні, періодичні, монотонні, обернені функції. Елементарні функції та їх графіки.

Тема 12. Комплексні числа.

Комплексні числа. Операції над комплексними числами. Алгебраїчна, тригонометрична та показникові форми їх запису. Формула Муавра. Корені із комплексних чисел.

Тема 13. Границя послідовності.

Частково та лінійно впорядковані простори. Межі множин. Означення послідовності. Окіл точки. Границя послідовності. Властивості збіжних послідовностей. Границя монотонної послідовності. Число e . Підпослідовності. Теорема Больцано-Вейєрштрасса. Верхня і нижня границі послідовності. Фундаментальні послідовності. Критерій Коші збіжності послідовності.

Тема 14. Границя функції в точці. Неперервність.

Граничні точки множини. Границя функції в точці за Коші і за Гейне. Властивості границі функції в точці. Перша і друга важливі границі. Однобічні границі. Існування границі функції в точці. Нескінченно малі і нескінченно великі функції при $x \rightarrow a$. Відношення “ O ” і “ o ”, відношення еквівалентності. Неперервність функції в точці. Елементарні властивості неперервних функцій. Неперервність елементарних функцій. Розриви функцій. Класифікація точок розриву. Властивості функцій, неперервних на відрізку.

Змістовий модуль 4. Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних.

Тема 15 Диференціальне числення функцій однієї змінної.

Означення похідної, її механічний, фізичний та геометричний зміст. Односторонні похідні. Неперервність та диференційовність. Правила обчислення похідних. Похідна від складеної та оберненої функції. Похідні від основних елементарних функцій. Похідна функції, заданої параметрично. Диференціювання неявно заданої функції. Логарифмічне диференціювання. Диференційованість. Диференціал. Критерій диференційованості. Геометричний зміст диференціала, його властивості та застосування до наближених обчислень. Похідні та диференціали вищих порядків.

Тема 16. Застосування диференціального числення до дослідження функцій.

Теорема Ферма. Теореми Ролля та Лагранжа. Теорема Коші. Розкриття невизначеностей. Правило Лопітала. Формула Тейлора. Монотонність функції. Локальний екстремум функції. Найбільше і найменше значення функції. Опуклість і вгнутість кривих. Асимптоти кривої. Схема дослідження функції та побудова її графіка.

Тема 17. Границя, неперервність, частинні похідні та повний диференціал функції багатьох змінних.

Означення функції багатьох змінних. Окіл точки у багатовимірному просторі. Границя функції багатьох змінних. Подвійні і повторні границі. Неперервність функції багатьох змінних. Властивості неперервних функцій на компактах. Частинні похідні першого та вищих порядків. Диференційовність функції. Повний диференціал. Диференціали вищих порядків. Похідна складеної функції. Повна похідна. Інваріантність форми повного диференціала. Диференціювання неявної функції. Похідна за напрямом і градієнт.

Тема 18. Застосування частинних похідних. Екстремум функції двох змінних.

Дотична площина та нормаль до поверхні. Застосування повного диференціалу до наближених обчислень. Формула Тейлора для функції двох змінних. Локальні екстремуми функції двох змінних. Умовний екстремум. Метод множників Лагранжа. Найбільше та найменше значення функції на компактi.

4. Структура залікового кредиту з дисципліни „Вища математика”

Денна форма навчання

	Кількість годин					
	Лекції	Практичні заняття	СРС	ІРС	Тренінг	Контрольні заходи
Змістовий модуль 1. Лінійна та векторна алгебра						
Тема 1. Матриці та дії над ними	2	2	6	2	4	поточне опитування
Тема 2. Елементи теорії визначників	2	2	6			поточне опитування
Тема 3. Системи лінійних рівнянь	6	8	14			поточне опитування
Тема 4. Вектори і лінійні дії з ними. Системи координат. Вектори в системі координат. Лінійна залежність векторів. Поділ відрізка у данному відношенні	2	2	6			поточне опитування
Тема 5. Скалярний добуток векторів. Векторні простори. Векторний та мішаний добуток векторів	2	2	6			поточне опитування
Тема 6. Багатовимірні простори, лінійні оператори, квадратичні форми	4	2	7			поточне опитування
Змістовий модуль 2. Аналітична геометрія						
Тема 7. Пряма лінія на площині	2	2	8	1	4	поточне опитування
Тема 8. Лінії другого порядку	4	4	9			поточне опитування
Тема 9. Площина та пряма в просторі	4	4	9			поточне опитування
Тема 10. Поверхні другого порядку	2	2	8			поточне опитування
Змістовий модуль 3. Комплексні числа. Елементарні функції. Границі послідовності та функції. Неперервність						
Тема 11. Дійсні числа. Елементарні функції	2	2	3	2	4	поточне опитування
Тема 12. Комплексні числа	2	2	5			поточне опитування
Тема 13. Границя послідовності	4	2	4			поточне опитування
Тема 14. Границя функції в точці. Неперервність	6	6	4			поточне опитування
Змістовий модуль 4. Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних						
Тема 15. Диференціальне числення функцій однієї змінної	4	4	8	2	4	поточне опитування
Тема 16. Застосування диференціального числення до дослідження функцій	6	6	8			поточне опитування

Тема 17. Границя, неперервність, частинні похідні та повний диференціал функції багатьох змінних	2	4	8			поточне опитування
Тема 18. Застосування частинних похідних. Екстремум функції багатьох змінних	4	4	8			поточне опитування
Разом	60	60	127	7	16	

5. Тематика практичних занять з дисципліни дисципліни „Вища математика”.

І семестр

Практичне заняття №1-2.

Тема: Матриці та дії над ними. Визначники, їх властивості та обчислення

Мета: Навчитися виконувати дії над матрицями і обчислювати визначники, використовуючи їх властивості.

Питання для обговорення:

1. Матриці та їх види. 2. Додавання і віднімання матриць, множення матриці на число.
3. Множення матриць. 4. Визначники другого порядку, їх властивості та обчислення.
5. Обчислення визначників за теоремою розкладу. 6. Обчислення визначників вищого порядку.

Практичне заняття №3-4.

Тема: Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь. Метод Крамера розв'язування систем лінійних рівнянь. Метод Гауса та Жордана розв'язування систем лінійних рівнянь

Мета: Навчитися знаходити розв'язки систем лінійних рівнянь матричним методом, методом Крамера, методом Гауса і методом Жордана.

Питання для обговорення:

1. Знаходження оберненої матриці. 2. Знаходження розв'язку системи лінійних рівнянь матричним методом. 3. Суть методу Крамера. 4. Система рівнянь має єдиний розв'язок, не має розв'язку, має безліч розв'язків. 5. Прямий і зворотний хід Гауса. 6. Суть методу Жордана.
7. Система рівнянь має єдиний розв'язок, не має розв'язку, має безліч розв'язків.

Практичне заняття №5-6.

Тема: Розв'язування систем лінійних однорідних рівнянь. Знаходження фундаментальної нормованої системи розв'язків. Дослідження систем на сумісність

Мета: Навчитися розв'язувати однорідні системи рівнянь, знаходити фундаментальну нормовану систему розв'язків, досліджувати на сумісність однорідну систему рівнянь.

Питання для обговорення:

1. Розв'язування систем лінійних однорідних рівнянь. 2. Знаходження фундаментальної нормованої системи розв'язків. 3. Знаходження рангу матриці. Дослідження на сумісність систем за допомогою теореми Кронеккера-Капеллі.

Практичне заняття №7-8.

Тема: Вектори та дії з ними. Геометричні добутки векторів. Відстань між двома точками. Поділ відрізка у даному відношенні

Мета: Навчитися виконувати дії над векторами, знаходити скалярний, векторний та мішаний добутки векторів.

Питання для обговорення:

1. Дії над векторами. 2. Скалярний добуток векторів та його властивості. 3. Векторний добуток векторів та його властивості. 4. Мішаний добуток векторів та його властивості. 5. Відстань між двома точками. 6. Поділ відрізка у даному відношенні на площині та в просторі.

Практичне заняття №8-9.

Тема: Власні значення та власні вектори лінійного оператора

Мета: Навчитися перетворювати квадратичні форми до канонічного вигляду та знаходити власні вектори та власні значення лінійних операторів.

Питання для обговорення:

1. Квадратичні форми та їх перетворення до канонічного виду. 2. Знаходження власних значень лінійних операторів. 3. Знаходження власних векторів операторів.

Практичне заняття №10.

Тема: Пряма на площині

Мета: Навчитися складати різні рівняння прямої, переходити від одного рівняння прямої до іншого, та їх будувати.

Питання для обговорення:

1. Різні види рівнянь прямої на площині. 2. Загальне рівняння прямої. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності двох прямих. 3. Рівняння з кутовим коефіцієнтом. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності двох прямих. Пучок прямих. 4. Відстань від точки до прямої.

Практичне заняття №11-12.

Тема: Криві другого порядку

Мета: Навчитися складати рівняння кривих ліній, спрощувати рівняння та будувати криві лінії другого порядку.

Питання для обговорення:

1. Знаходження центра та радіуса кола за загальним рівнянням. 2. Побудова і визначення ексцентриситета, фокусів, директрис за канонічним рівнянням еліпса. 3. Побудова і визначення ексцентриситета, фокусів, директрис за канонічним рівнянням гіперболи. 4. Побудова і визначення ексцентриситета, фокусів, директрис за канонічним рівнянням еліпса. 5. Побудова і визначення фокуса і директриси за канонічним рівнянням параболи. 6. Спрощення ліній другого порядку.

Практичне заняття №13-15.

Тема: Пряма і площина у просторі. Взаємне розміщення прямої і площини у просторі. Поверхні другого порядку

Мета: Навчитися складати різні рівняння прямих у просторі, визначати взаємне розміщення прямих і площин у просторі.

Питання для обговорення:

1. Види рівнянь площини у просторі. 2. Кут між двома площинами. Умови паралельності та перпендикулярності двох площин. 3. Перетин трьох площин. Відстань від точки до площини. 4. Різні види рівнянь прямої в просторі. Загальне рівняння прямої. Пучок площин. 5. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності двох прямих. 6. Кут між прямою та площиною. Умови паралельності та перпендикулярності прямої та площини. 7. Спрощення рівнянь поверхонь другого порядку.

II семестр

Практичне заняття №1.

Тема: Дійсні числа. Елементарні функції

Мета: Навчитися розв'язувати нерівності, що містять невідомі під знаком модуля класифікувати функції, знаходити їх область визначення і будувати їх графіки.

Питання для обговорення:

1. Модуль дійсного числа. Нерівності, що містять невідомі під знаком модуля. 2. Область визначення функції. 3. Парні, непарні, періодичні, монотонні функції. 4. Обернені функції. 5. Побудова графіків елементарних функцій.

Практичне заняття №2.

Тема: Комплексні числа

Мета: Навчитися представляти комплексні числа у різних формах, виконувати дії над комплексними числами.

Питання для обговорення:

1. Алгебраїчна, тригонометрична та показникові форми запису комплексних чисел. 2. Дії над комплексними числами. 3. Формула Муавра. 4. Корені із комплексних чисел.

Практичне заняття №3.

Тема: Границя послідовності

Мета: Навчитися знаходити границі послідовностей.

Питання для обговорення:

1. Обчислення границі послідовності. 2. Збіжні та розбіжні послідовності. 3. Нескінченно малі

та нескінченно великі послідовності. 4. Монотонні послідовності.

Практичне заняття №4-6.

Тема: Границя функції. Неперервність функції

Мета: Навчитися обчислювати границі функцій, використовуючи, зокрема, першу і другу важливі границі, встановлювати характер точок розриву.

Питання для обговорення:

1. Розкриття різних невизначеностей при обчисленні границь функцій. 2. Перша і друга важливі границі. 3. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. 4. Встановлення характеру точок розриву функції.

Практичне заняття №7-9.

Тема: Диференціальне числення функцій однієї змінної

Мета: Навчитися обчислювати похідні та диференціали для функцій заданих явно, неявно, параметрично, знаходити похідні вищих порядків.

Питання для обговорення:

1. Похідна суми добутку і частки функцій. 2. Похідна складної функції. 3. Похідна функції, заданої параметрично і заданої неявно. 4. Логарифмічне диференціювання. 5. Рівняння дотичної і нормалі. 6. Диференціал функції. Знаходження наближеного значення функції в точці. 7. Обчислення похідних вищого порядку.

Практичне заняття №10-12.

Тема: Застосування диференціального числення до дослідження функцій

Мета: Навчитися використовувати правило Лопітала для обчислення границь функцій, досліджувати функцію на екстремум і застосовувати результати досліджень до побудови ескізу графіка функції.

Питання для обговорення:

1. Розкриття невизначеностей за допомогою правила Лопітала. 2. Знаходження точок екстремуму. 3. Знаходження найбільшого і найменшого значення функції на відрізку. 4. Вгнутість та опуклість графіка функції. 5. Знаходження точок перегину. 6. Асимптоти. 7. Дослідження і побудова графіка функції.

Практичне заняття №13-14.

Тема: Границя, неперервність, частинні похідні та повний диференціал функції багатьох змінних

Мета: Навчитися знаходити області визначення функцій двох змінних, частинні похідні, мішані похідні другого порядку, похідні за напрямком, градієнт.

Питання для обговорення:

1. Знаходження області визначення, ліній рівня та поверхонь рівня функцій. 2. Знаходження частинних похідних першого порядку і повного диференціала. 3. Знаходження частинних похідних другого порядку, мішаних похідних та диференціала другого порядку. 4. Рівняння дотичної площини і нормалі до поверхні у точці. 5. Застосування повного диференціала до наближених обчислень. 6. Похідна за напрямком. 7. Градієнт.

Практичне заняття №14-15.

Тема: Застосування частинних похідних. Екстремум функції багатьох змінних

Мета: Навчитися досліджувати на екстремум функції двох і трьох змінних, знаходити найбільше і найменше значення функції на компактi.

Питання для обговорення:

1. Дослідження на екстремум функції двох змінних. 2. Дослідження на екстремум функції трьох змінних. 3. Метод множників Лагранжа. 4. Знаходження найменшого і найбільшого значення функції двох і трьох змінних в обмеженій замкненій області.

6. Самостійна робота

Для успішного вивчення і засвоєння дисципліни „Вища математика” студенти повинні володіти значним обсягом інформації, значну частину якої вони отримують і опрацьовують шляхом самостійної роботи. Самостійна робота полягає в опрацюванні навчальної і наукової фахової літератури за такою тематикою:

№ теми	Тематика самостійної роботи
1.	Дії над матрицями. Обернена матриця та її знаходження. Ранг матриці та його знаходження.
2.	Визначники другого і третього порядків та їх властивості. Визначники вищих порядків та їх властивості. Методи обчислення визначників.
3.	Розв'язування систем лінійних рівнянь за формулами Крамера. Матричний запис системи лінійних рівнянь та її розв'язування. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гаусса. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Жордана. Критерій сумісності системи лінійних рівнянь. Розв'язування однорідної системи лінійних рівнянь.
4.	Поняття векторів та лінійні операції над ними. Проекція вектора на вісь. Розклад вектора на складові по осях координат. Лінійна залежність векторів. Поділ відрізка у даному відношенні.
5.	Скалярний добуток двох векторів та його властивості. Кут між векторами. Векторний добуток двох векторів та його властивості. Мішаний добуток векторів та його властивості.
6.	Власні числа та власні вектори лінійних операторів та їх знаходження. Квадратичні форми та їх перетворення до канонічного виду.
7.	Різні види рівнянь прямої на площині. Загальне рівняння прямої та його дослідження. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності двох прямих. Відстань від точки до прямої.
8.	Еліпс. Гіпербола. Парабола. Спрощення рівнянь ліній другого порядку.
9.	Загальне рівняння площини та його дослідження. Рівняння площини, що проходить через три точки. Кут між двома площинами. Умови паралельності та перпендикулярності двох площин. Перетин трьох площин. Відстань від точки до площини. Різні види рівнянь прямої в просторі. Загальне рівняння прямої. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності двох прямих. Кут між прямою та площиною. Умови паралельності та перпендикулярності прямої та площини.
10.	Циліндричні поверхні. Конічні поверхні. Деякі поверхні другого порядку. Спрощення рівнянь поверхонь другого порядку.
11.	Способи задання функцій. Класифікація елементарних функцій. Властивості функцій. Побудова елементарних функцій. Побудова функцій за допомогою елементарних перетворень.
12.	Операції над комплексними числами.
13.	Означення послідовності та арифметичні дії над ними. Означення границі послідовності. Нескінченно малі та нескінченно великі величини та зв'язок між ними. Властивості нескінченно малих величин. Основні теореми про границі послідовностей.
14.	Означення границі функції. Односторонні границі. Основні теореми про границі. Перша і друга важливі границі. Порівняння нескінченно малих функцій. Еквівалентні нескінченно малі функції. Розкриття деяких невизначеностей. Неперервність функції в точці. Точки розриву. Дії над неперервними функціями. Неперервність елементарних функцій. Властивості функцій, неперервних на відрізку.
15.	Означення похідної, її механічний, фізичний та геометричний зміст. Односторонні похідні. Неперервність та диференційовність. Похідна складеної функції. Гіперболічні функції та їхні похідні. Похідна оберненої функції. Диференціювання обернених тригонометричних функцій. Похідна функції, заданої параметрично.

	Диференціювання неявно заданої функції. Логарифмічне диференціювання. Похідна показниково-степеневі функції.
16.	Означення диференціала, його геометричний та механічний зміст. Властивості диференціала. Інваріантність форми диференціала. Застосування диференціала в наближених обчисленнях. Похідні та диференціали вищих порядків. Теорема Ферма. Теорема Ролля та Лагранжа. Теорема Коші. Розкриття невизначеностей. Правило Лопітала. Формула Тейлора. Монотонність функції. Локальний екстремум функції. Найбільше і найменше значення функції. Опуклість і вгнутість кривих. Асимптоти кривої. Схема дослідження функції та побудова її графіка.
17.	Означення функції багатьох змінних. Границя функції багатьох змінних. Неперервність функції багатьох змінних. Частинні похідні першого та вищих порядків. Диференційовність функції. Повний диференціал. Диференціали вищих порядків. Похідна складеної функції. Повна похідна. Інваріантність форми повного диференціала. Диференціювання неявної функції.
18.	Дотична площина та нормаль до поверхні. Геометричний зміст диференціала функції двох змінних. Формула Тейлора для функції двох змінних. Локальні екстремуми функції двох змінних. Найбільше та найменше значення функції. Умовний екстремум. Метод множників Лагранжа.

Крім того кожному студенту пропонується самостійно виконати комплексне завдання, яке охоплює усі основні теми дисципліни „Вища математика”. Метою виконання комплексного завдання є оволодіння навичками застосування методів вищої математики при розв’язуванні задач. Кожен з пунктів комплексного завдання оцінюється за 100-бальною шкалою, а також визначається підсумкова оцінка (як середня арифметична з проміжних оцінок).

Завдання для виконання самостійної роботи

I семестр: 1. Виконати дії над матрицями. 2. Обчислити визначник третього і вищого порядку. 3. Розв’язати систему рівнянь методом Крамера та матричним методом. 4. Розв’язати систему рівнянь методом Гаусса і Жордана Гаусса. 5. Дослідити систему на сумісність. 6. Знайти власні значення та вектори матриці оператора. 7. Виконати дії над векторами, знайти довжини вказаних векторів. 8. Обчислити площу трикутника за допомогою векторного добутку і об’єм піраміди за допомогою мішаного добутку векторів. 9. Знайти всі вказані елементи в трикутнику у просторі. 10. Знайти всі вказані елементи в піраміді у просторі.

II семестр: 1. Обчислити вказані границі функцій. 2. Обчислити похідні складених функцій, використовуючи правила диференціювання. 3. Використовуючи правило Лопітала, знайти вказані границі. 4. Знайти екстремум функції та найбільше і найменше значення функції на відрізку. 5. Провести повне дослідження функції та побудувати її графік. 6. Знайти частинні похідні і повний диференціал функції двох змінних. 7. Знайти похідні і повні диференціали другого порядку функції двох змінних. 8. Знайти похідну складеної та неявної функції двох змінних. 9. Знайти похідну в заданому напрямку та градієнт функції двох змінних. 10. Знайти екстремум функції двох змінних або умовний екстремум функції двох змінних.

7. Тренінг з дисципліни „Вища математика”

Порядок проведення тренінгу:

1. Вступна частина проводиться з метою ознайомлення студентів з темою тренінгового завдання. 2. Організаційна частина полягає у створенні робочого настрою у колективі студентів, визначенні правил тренінгового заняття. 3. Практична частина проводиться шляхом виконання завдань (варіанти завдань відображені у Moodle). 4. Підведення підсумків. Обговорення результатів виконання завдань, обмін думками з проблематики тренінгу.

Завдання для тренінгу:

I семестр: 1. Розв’язати неоднорідну систему лінійних рівнянь методами Крамера, матричним, Гаусса і Жордана-Гаусса. 2. Визначити взаємне розміщення прямої і площини у просторі. 3. Звести до канонічного вигляду рівняння кривої або поверхні і побудувати її.

II семестр: 1. Розкрити невизначеність при обчисленні границі. 2. Дослідити функцію та побудувати її графік. 3. Дослідити на екстремум функцію двох змінних.

8. Методи навчання

У навчальному процесі застосовуються: лекції, практичні заняття, консультації, метод

опитування, виконання завдань для самостійної роботи.

9. Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання

У процесі вивчення дисципліни „Вища математика” використовуються наступні засоби та методи демонстрування результатів навчання: поточне тестування та опитування; підсумкове тестування по кожному змістовому модулю; оцінювання завдань тренінгу та самостійної роботи; письмовий екзамен.

10. Політика оцінювання

Політика щодо дедлайнів і перескладання. Для виконання індивідуальних завдань і проведення контрольних заходів встановлюються конкретні терміни. Перескладання модулів відбувається з дозволу дирекції факультету та наявності поважних причин (наприклад, лікарняний).

Політика щодо академічності доброчесності. Використання друкованих і електронних джерел інформації під час контрольних заходів та екзаменів заборонено.

Політика щодо відвідування. Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, карантин, воєнний стан, хвороба, закордонне стажування) навчання може відбуватися в он-лайн формі за погодженням із керівником курсу з дозволу дирекції факультету.

11. Критерії, форми поточного та підсумкового контролю

Підсумковий бал (за 100-бальною шкалою) з дисципліни „Вища математика” визначається як середньозважена величина, залежно від питомої ваги кожної складової залікового кредиту:

1 семестр

Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3	Модуль 4	Модуль 5
10%	10%	10%	10%	5%	15%	40%
Поточне оцінювання	Модульний контроль	Поточне оцінювання	Модульний контроль	Тренінг	Самостійна робота	Екзамен
Опитування під час заняття (теми 1-3), макс. 100 балів	Модульна робота 1 – макс. 100 балів	Опитування під час заняття (теми 4-10), макс. 100 балів	Модульна робота 2 – макс. 100 балів	Оцінка за виконання завдань під час тренінгу – макс. 100 балів	Оцінка за виконання завдань самостійної роботи – макс. 100 балів	Теоретичне питання – макс. 40 балів Задачі (2 задачі) – по 30 балів, макс. 60 балів

2 семестр

Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3	Модуль 4	Модуль 5
10%	10%	10%	10%	5%	15%	40%
Поточне оцінювання	Модульний контроль	Поточне оцінювання	Модульний контроль	Тренінг	Самостійна робота	Екзамен
Опитування під час заняття (теми 11-14), макс. 100 балів	Модульна робота 1 – макс. 100 балів	Опитування під час заняття (теми 15-18), макс. 100 балів	Модульна робота 2 – макс. 100 балів	Оцінка за виконання завдань під час тренінгу – макс. 100 балів	Оцінка за виконання завдань самостійної роботи – макс. 100 балів	Теоретичне питання – макс. 40 балів Задачі (2 задачі) – по 30 балів, макс. 60 балів

Оцінка за поточне опитування визначається як середнє арифметичне з оцінок, отриманих за виконання завдань на практичних заняттях.

90–100 балів – студент у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, необхідним для виконання завдань, вільно та аргументовано розкриває зміст виконаних завдань, дає правильні відповіді на теоретичні питання;

75–89 балів – студент достатньо володіє навчальним матеріалом, необхідним для виконання завдань, аргументовано розкриває зміст виконаних завдань, але допускає окремі несуттєві неточності та незначні помилки;

65–74 балів – студент в цілому володіє навчальним матеріалом, необхідним для виконання завдань, викладає основний зміст виконаних завдань, допускаючи при цьому окремі суттєві неточності та помилки;

60–64 балів – студент не в повному обсязі володіє навчальним матеріалом, необхідним для виконання завдань, фрагментарно виконує завдання, допускаючи при цьому суттєві неточності;

1–59 балів – студент не володіє навчальним матеріалом, необхідним для виконання завдань, завдання здебільшого не виконані.

Оцінка за тренінг визначається як середнє арифметичне з оцінок, отриманих за виконання завдань тренінгу.

90–100 балів – студент у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, самостійно та аргументовано його використовує під час виконання завдань тренінгу, виявляє творчий підхід до виконання завдань;

75–89 балів – студент достатньо повно володіє навчальним матеріалом, але при виконанні окремих завдань тренінгу не вистачає достатньої аргументації його використання, допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки, загалом виявляє ініціативу та творчий підхід до виконання завдань;

65–74 балів – студент в цілому володіє навчальним матеріалом та загалом його використовує при виконанні завдань тренінгу, але без глибокого всебічного аналізу та обґрунтування, допускаючи при цьому суттєві неточності та помилки, в окремих моментах виявляє творчий підхід до виконання завдань;

60–64 балів – студент не в повному обсязі володіє навчальним матеріалом, фрагментарно його використовує, завдання тренінгу виконує, допускаючи при цьому суттєві неточності, не виявляє творчого підходу до виконання завдань;

1–59 балів – студент не володіє навчальним матеріалом, не розкриває зміст завдань тренінгу.

Оцінка за самостійну роботу визначається як середнє арифметичне з оцінок, отриманих за виконання завдань для самостійної роботи.

90–100 балів – виконані завдання самостійної роботи повністю відповідають встановленим вимогам, містять елементи самостійного дослідження, свідчать про високий рівень опанування навчального матеріалу; студент на високому рівні виявляє творчий підхід до виконання завдань;

75–89 балів – виконані завдання самостійної роботи в основному відповідають встановленим вимогам, свідчать про належний рівень опанування навчального матеріалу; студент виявляє творчий підхід до виконання завдань, але є деякі несуттєві недопрацювання за окремими завданнями;

60–74 балів – поставлені завдання виконані на недостатньому рівні, свідчать про недостатній рівень опанування навчального матеріалу; студент припускається значних помилок при виконанні завдань, лише в окремих моментах виявляє творчий підхід до виконання завдань;

1–59 балів – завдання практично не виконані; допущені грубі помилки при виконанні завдань, що свідчить про низький рівень опанування навчального матеріалу; студент не виявляє творчого підходу до виконання завдань.

Модульний контроль – модульна робота, яка складається з чотирьох задач, за відповідь на кожне з них студент може отримати максимум 25 балів.

Екзамен – вид контролю, при якому засвоєння студентом теоретичного та практичного матеріалу оцінюється від 0 до 100 балів як сума балів при виконанні завдання.

Екзаменаційний білет складається із:

– теоретичного питання, за відповідь на яке студент може отримати максимум 40 балів:

30–40 балів – у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, всебічно та аргументовано його викладає, дає правильні відповіді на додаткові запитання;

15–29 балів – достатньо володіє навчальним матеріалом, але при висвітленні деяких

питань не вистачає глибини та аргументації, допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки;

1–14 балів – в цілому володіє навчальним матеріалом, але не в повному обсязі, фрагментарно (без аргументації та обґрунтування) його викладає, недостатньо розкриває зміст теоретичного питання, допускаючи при цьому суттєві неточності, відповіді на додаткові запитання нечіткі;

– двох практичних завдань, за виконання за кожне з яких студент може отримати максимум 30 балів:

20–30 балів – у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, правильно виконує практичне завдання та аналізує отримані результати, демонструє самостійність виконання;

10–19 балів – у достатньому обсязі володіє навчальним матеріалом, правильно виконує практичне завдання, допускає неточності та/або фрагментарно (без аргументації) інтерпретує отримані результати, демонструє самостійність виконання, але на додаткові запитання відсутня повна відповідь;

1–9 балів – не в повному обсязі володіє навчальним матеріалом, фрагментарно виконує практичне завдання, допускає суттєві неточності, поверхнево відповідає на додаткові запитання.

Шкала оцінювання:

За шкалою Університету	За національною шкалою	За шкалою ECTS
90-100	Відмінно	A (відмінно)
85-89	Добре	B (дуже добре)
75-84		C (добре)
65-74	Задовільно	D (задовільно)
60-64		E (достатньо)
35-59	Незадовільно	FX (незадовільно з можливістю повторного складання)
1-34		F (незадовільно з обов'язковим повторним курсом)

12. Інструменти, обладнання та програмне забезпечення, використання яких передбачає навчальна дисципліна „Вища математика”

№	Найменування	Номер теми
1.	Технічне забезпечення: мультимедійний проектор, проекційний екран, ноутбук, персональні комп'ютери	1-18
2.	Програмне забезпечення ОС Windows	1-18
3.	Комунікаційне програмне забезпечення (Internet Explorer, Opera, Google Chrome, Firefox, Viber, Telegram, Signal)	1-18
4.	Інструменти Microsoft Office (Word; Excel; Power Point, Mathcad)	1-18
5.	Комунікаційне програмне забезпечення (Zoom, Google Meet) для проведення занять у режимі он-лайн (за необхідності)	1-18
6.	Комунікаційна навчальна платформа (Moodle) для організації дистанційного навчання (за необхідності)	1-18

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

- Боднар Д.І., Возняк О.Г. Методичні вказівки до практичних занять з курсу «Математичний аналіз» (ряди): методичний посібник. Тернопіль: СМП Тайп. 2020. 60 с.
- Боднар Д.І., Возняк О.Г., Біланік І.Б. Методичні вказівки до практичних занять з курсу «Вища математика» (лінійна алгебра та аналітична геометрія): методичний посібник. Тернопіль: СМП Тайп. 2022. 168 с.
- Боднар Д.І., Возняк О.Г., Біланік І.Б. Методичні вказівки до практичних занять з курсу «Вища математика» (вступ до математичного аналізу, диференціальне числення функцій однієї та декількох змінних): методичний посібник. Тернопіль: СМП Тайп. 2022. 132 с.

4. Боднар Д.І., Возняк О.Г., Біланик І.Б. Методичні вказівки до практичних занять з курсу «Вища математика» (інтегральне числення функцій однієї змінної, кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли): методичний посібник. Тернопіль: СМП Тайп. 2023. 148 с.
5. Боднар Д.І., Возняк О. Г., Біланик І.Б. Лінійна алгебра: задачі та методика їх розв'язання. Навчальний посібник. За редакцією д.ф.-м.н., проф. Д.І. Боднара. Тернопіль: ВПЦ “Університетська думка”. 2024. 67 с.
6. Дудкін М.Є. Вища математика [Електронний ресурс]: підручник для здобувачів ступеня бакалавра за інженерними спеціальностями / М.Є. Дудкін, О.Є. Дюженкова, І.В. Степахно; КПІ ім. Ігоря Сікорського. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 449 с.
7. Панченко Н.Г., Резуненко М.Є. Вища математика: Навч. посібник. Частина 1. Харків: УкрДУЗТ, 2022. 231 с.
8. Панченко Н.Г., Резуненко М.Є. Вища математика: Навч. посібник. Частина 2. Харків: УкрДУЗТ, 2023. 252 с.
9. Вища математика для студентів технічних спеціальностей: навч. посіб. Ч. 2. // В.І. Гуцул, І.І. Філімоніхіна, С.М. Якименко, Л.М. Кривоблоцька. Кропивницький: ЦНТУ, 2022. 181 с.
<https://dspace.kntu.kr.ua/server/api/core/bitstreams/c6eb78be-6e3d-4cbb-83cc-a3b62fa95fd1/content>
10. Хом'юк В.В., Хом'юк І.В. Вища математика. Ч. 3. Функції багатьох змінних: практикум. Вінниця: ВНТУ, 2020. 71 с.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Боднар Д.І., Буяк Л.М., Возняк О.Г. Диференціальні рівняння: методи їх розв'язання. Навчально-методичний посібник. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан. 112 с. Режим доступу: <https://knygy.com.ua/index.php?productID=9789661016452>
2. Боднар Д.І., Буяк Л.М., Возняк О.Г. Практикум з математичного аналізу у 3 частинах. Частина III. Диференціальні рівняння: Навчальний посібник. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан. 176 с. [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://www.bohdan-digital.com/userfiles/file/catalog/review_file_667961170.pdf
3. Хом'юк В.В., Хом'юк І.В. Вища математика. Ч. 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: практикум. Вінниця: ВНТУ. 117 с. Режим доступу: http://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/IRVC/2021/Homjuk_P1_2017_118.pdf
4. Хом'юк В.В., Хом'юк І.В. Вища математика. Ч. 2. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної: практикум. Вінниця: ВНТУ. 151 с. Режим доступу: http://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/IRVC/2021/Homjuk_P2_2017_152.pdf
5. Вища математика для студентів технічних спеціальностей: навч. посіб. Ч. 1. // В.І. Гуцул, С.М. Якименко. Кропивницький: ЦНТУ. 186 с. Режим доступу: <https://dspace.kntu.kr.ua/server/api/core/bitstreams/0ed7533a-5df8-4c15-973f-2995c007d7e7/content>
6. Герасимчук В.С., Васильченко В.С., Кравцов В.І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. Лінійна й векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних. Прикладні задачі. К.: Книги України ЛТД. 578 с. Режим доступу: <https://mybook.biz.ua/ua/vischa-matematika/vischa-matematika-povniy-kurs-u-prikladah-i-zadachah-136333/>
7. Герасимчук В.С., Васильченко В.С., Кравцов В.І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. Невизначений, визначений та невластні інтеграли. Звичайні диференціальні рівняння. Прикладні задачі. Навч. посібник. К.: Книги України ЛТД. 470 с. Режим доступу: <http://194.44.152.155/elib/local/sk/sk755548.pdf>
<https://mybook.biz.ua/ua/vischa-matematika/vischa-matematika-povniy-kurs-u-prikladah-i-zadachah-136332/>
8. Герасимчук В.С., Васильченко В.С., Кравцов В.І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. Кратні, криволінійні та поверхні інтеграли. Елементи теорії поля. Ряди. Прикладні задачі. Навч. посібник. К.: Книги України ЛТД. 400 с. Режим доступу: <https://mybook.biz.ua/ua/vischa-matematika/vischa-matematika-povniy-kurs-u-prikladah-i-zadachah/>
9. Jim Hefferon, Linear Algebra, Vermont USA, 2020.
10. Patrick Keef, David Guichard, An Introduction to Higher Mathematics, Department of Mathematics Whitman College, 2021.